

Data Structures and Algorithms

Алгоритмы.
Комбинаторика. Теория.



Комбинаторика

Комбинаторика - раздел математики, изучающий дискретные объекты, множества (сочетания, перестановки, размещения и перечисления элементов) и отношения на них (например, частичного порядка).

Для формулировки и решения комбинаторных задач используют различные модели комбинаторных конфигураций. **Наиболее часто используемые** комбинаторные конфигурации:

- Размещения
- Перестановки
- Сочетания
- Композиция числа
- Разбиение числа

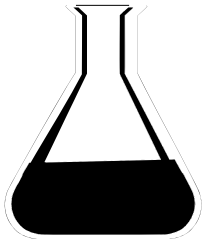


Дискретные объекты

Дискретные объекты — объекты, состоящие из чётко отграниченных (легко различимых логически или физически) элементов.



Кошки - пример дискретных объектов. Легко отличимы друг от друга.



Жидкость - пример непрерывного объекта (не дискретного). Крайне проблематично отличить одну часть жидкости от другой.



Множество

Множество - математический объект, являющийся набором, совокупностью, собранием каких-либо объектов, которые называются элементами этого множества и обладают общим для всех них характеристическим свойством.



Множество кошек черного цвета. Характеристическое свойство - черный цвет.

Множества чаще всего обозначают заглавными буквами латинского алфавита, его элементы - строчными. Если a элемент множества A , то записывают $a \in A$.



Как задают множества

Множества можно задать двумя способами:

- Простое перечисление его элементов в виде списка (для этого множество должно быть конечным). Например, множество четных чисел в диапазоне от 1 до 10 можно задать таким образом: $Y = \{2, 4, 6, 8, 10\}$
- Определение характеристического свойства элементов множества. Множество Y задано, если указано условие $A(x)$, которому удовлетворяют все элементы, принадлежащие множеству Y , и которому не удовлетворяют элементы, не принадлежащие множеству Y .

$$Y = \{x \in X \mid A(x)\}$$

Таким образом можно например задать множество всех четных целых чисел:

$$Y = \{x \in \mathbb{Z} \mid x \bmod 2 = 0\}$$



Некоторые частные виды множеств

Пустое множество — множество, не содержащее ни одного элемента.

Одноэлементное множество — множество, состоящее из одного элемента.

Универсальное множество (универсум) — множество, включающее все множества, участвующие в рассматриваемой задаче.

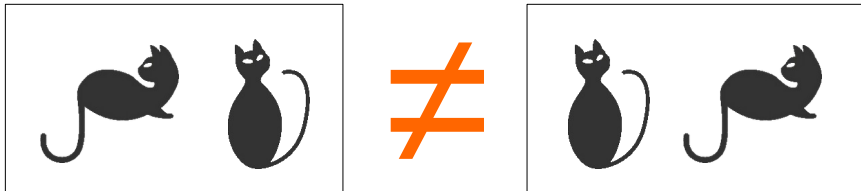
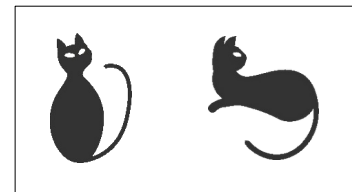
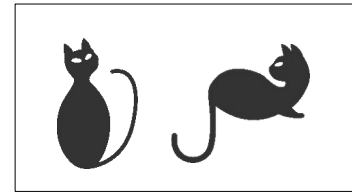
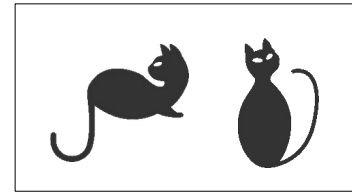


Размещение

Размещение (из n по k) - упорядоченный набор из k различных элементов некоторого множества, содержащего n элементов. В размещении порядок следования элементов учитывается.



Размещение (из 5 по 2)

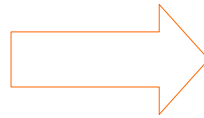
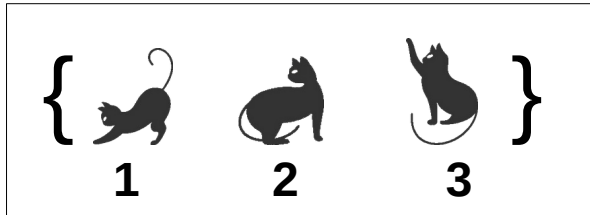


В размещении порядок следования учитывается.

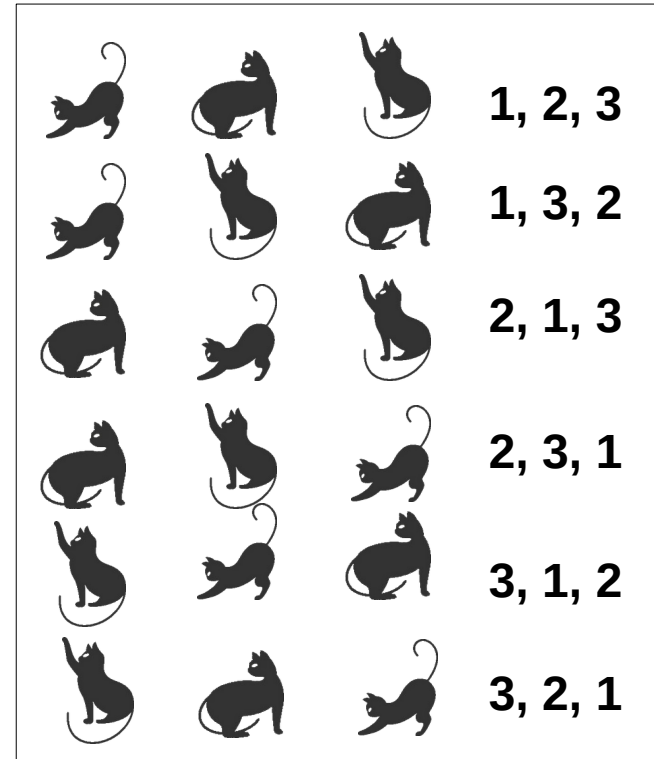


Перестановка

Перестановка — это упорядоченный набор без повторений чисел $1, 2, \dots, n$, обычно трактуемый как биекция на множестве $\{1, 2, \dots, n\}$, которая число i ставит в соответствие i -й элемент из набора. Число n при этом называется длиной перестановки.



Перестановки



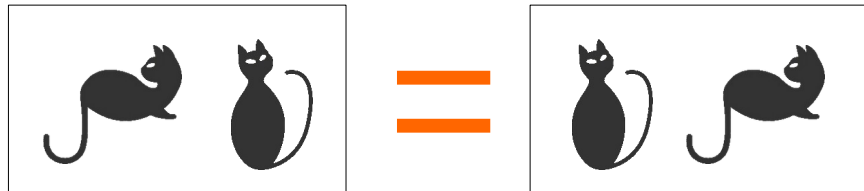
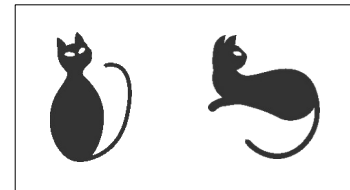
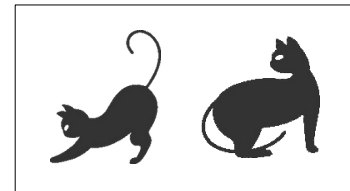
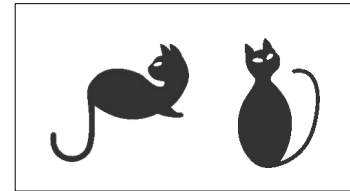
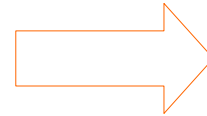


Сочетание

Сочетание (из n по k) - набор k элементов, выбранных из данного множества, содержащего n различных элементов. Наборы, отличающиеся только порядком следования элементов (но не составом), считаются одинаковыми. Т.е. порядок элементов не важен.



Сочетание из 5 по 2



В сочетании порядок следования не учитывается.



Композиция числа

Композиция (разложение) натурального числа - его представление в виде упорядоченной суммы натуральных слагаемых. Слагаемые, входящие в композицию, называют частями, а их количество — длиной композиции. Порядок следования элементов **учитывается**.

Например композиция числа 3.

$$1) 3 = 3$$

$$2) 3 = 2 + 1$$

$$3) 3 = 1 + 1 + 1$$

$$4) 3 = 1 + 2$$



Разбиение числа

Разбиение числа n — это представление n в виде суммы положительных целых чисел, называемых частями. При этом порядок следования частей **не учитывается**.

Например разбиение числа 3.

$$1) 3 = 3$$

$$2) 3 = 2 + 1$$

$$3) 3 = 1 + 1 + 1$$



Список литературы

- 1) Андерсон, Джеймс. Дискретная математика и комбинаторика. — М.: «Вильямс», 2006. — 960 с. — ISBN 0-13-086998-8.